

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Alat Angkat

Pengangkatan dan pemindahan material/ komponen/ part secara manual akan selalu melibatkan tenaga manusia. Dalam memindah material dari satu tempat ke tempat lain, seseorang akan mengeluarkan tenaga untuk mengangkat, membawa, menurunkan, mendorong, menarik, menahan dan sebagainya. Untuk dapat melakukan pekerjaan tersebut secara aman, seseorang harus memahami kekuatan tangan, kaki, badan serta bagaimana cara mengambil posisi. Selain itu seseorang juga harus memahami pengetahuan tentang gravitasi bumi. Sedangkan alat angkat itu adalah peralatan yang digunakan untuk memindahkan muatan berat dari satu tempat ke tempat lain dalam jarak yang tidak jauh.

2.2 Bahan

Pemilihan suatu bahan untuk bagian mesin atau struktur adalah salah satu keputusan yang perlu dibuat oleh perencana, keputusan ini biasanya dibuat sebelum ukuran-ukuran dari bagian tersebut didapat. Setelah memilih bahan dan prosesnya, kemudian dapat menentukan ukuran bagian mesin tersebut sehingga tegangan dalam perpanjangannya memiliki harga yang wajar dan memuaskan dibandingkan dengan sifat yang berkaitan dengan kegagalan bahan tersebut.

Baja merupakan bahan yang paling banyak digunakan dalam pembuatan rangka karena sifatnya yang kuat, kaku, mudah dibentuk dan memiliki daya tahan yang tinggi. Perkembangan dalam bidang teknologi yang pesat mendorong penggunaan material rangka yang lebih kuat, yaitu material yang dibuat dari gabungan serat struktural seperti karbon. Menurut *Jensen dan Chenoweth* (1989: 34-35) beberapa sifat yang

menentukan kualitas bahan struktur antara lain : Kekuatan, elastisitas, kekakuan, keliatan, kemamputempaan, kekerasan, daya lenting, keuletan, kemuluran dan mampu mesin (*machinability*).

Baja karbon diklasifikasikan ke dalam tiga klasifikasi dasar yaitu: baja karbon rendah yang memiliki kandungan karbon kurang dari 0,30%, baja karbon sedang yang mengandung 0,30% – 0,50% karbon dan baja karbon tinggi yang memiliki 0,50% - 0,95% karbon (*Mott, 2004: 47*). Baja karbon rendah memiliki kekuatan relatif rendah, tetapi mempunyai sifat mampu bentuk (*formability*) yang baik. Baja karbon sedang digunakan pada kebanyakan elemen yang memiliki syarat kekuatan sedang hingga tinggi dengan keuletan yang cukup baik dan syarat kekerasan sedang. Sedangkan baja karbon tinggi memberikan sifat-sifat keausan yang lebih baik yang sesuai untuk aplikasi yang memerlukan sisi-sisi pemotongan yang tahan lama dan untuk aplikasi-aplikasi di mana permukaan mengalami pengikisan yang tetap.

Berdasarkan ketentuan AISI (*American Iron and Steel Institute*), baja memiliki kandungan berat maksimal unsur karbon 1%, unsur tembaga 0,6%, unsur mangan 1,65%, unsur fosfor 0,4%, unsur silikon 0,6% dan unsur sulfur 0,05% (*Efunda, 2014*). AISI membuat kode tersendiri bagi baja karbon. Kode tersebut terdiri dari empat digit angka, dengan dua digit angka pertama menandakan tingkatan dari baja sedangkan dua digit terakhir menunjukkan jumlah karbon yang terkandung dalam paduan dalam seperseratus persen.

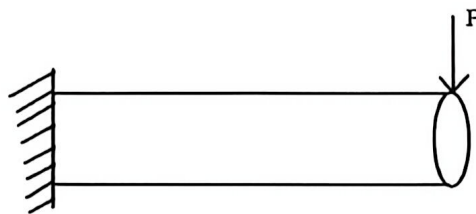
2.3 Konsep Tegangan Regangan

a. Tegangan

Tegangan adalah resultan gaya yang bekerja pada luas penampang terkecil. Diidentifikasi sebagai tahanan terhadap gaya-gaya luar yang diukur dalam bentuk gaya yang di timbulkan per satuan luas (*Jensen dan Chenoweth, 1989: 1*). Dalam menentukan bahan untuk pembuatan suatu struktur atau komponen, maka hal yang paling utama yang harus ditentukan adalah tegangan yang mampu diberikan pada struktur tersebut. Menurut *Jensen dan Chenoweth (1989: 4)* tegangan ijin merupakan bagian kekuatan batas yang bisa aman digunakan pada perancangan. Istilah dalam tegangan kerja dan tegangan kerja aman memberikan pengertian yang sama dan keduanya digunakan secara luas.

Dari gaya-gaya yang timbul, maka tegangan yang timbul adalah Tegangan Normal, dengan arah tegak lurus penampang batang dan Tegangan Geser, dengan arah terletak pada penampang batang. Berikut gambar dari Tegangan Normal dan Geser:

Tegangan Normal(lentur) :



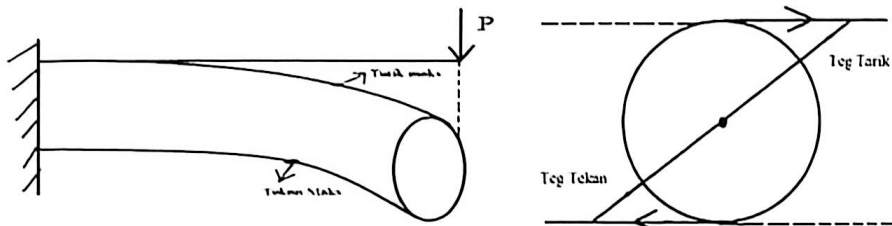
Gambar 2.1 Tegangan Normal

Bila luas penampang A (mm^2), maka Tegangan dapat ditulis :

$$\sigma_l = \frac{M}{I} c \left(\frac{N}{mm^2} \right)$$

Dimana : $M = \text{Moment (N/mm}^2\text{)}$
 $I = \text{Inersia Moment (mm}^4\text{)}$
 $C = \text{Jarak Titik Pusat massa ke permukaan (mm)}$

Didalam perencanaan elemen mesin, bila ditinjau dari cara dan arah pembebanan terjadi pada bahan yang akan direncanakan maka analisa *tegangan normal* pada bahan dibagi 2 bagian yaitu :



Gambar 2.2 Tegangan Tarik & Tekan

1. Tegangan Tarik

Apabila gaya tarik menarik suatu batang, dan akibatnya batang ini cenderung menjadi meregang atau bertambah panjang. Maka gaya tarik tersebut menghasilkan tegangan tarik pada batang di suatu bidang yang terletak tegak lurus atau normal terhadap sumbunya.

2. Tegangan Tekan

Apabila gaya tekan mendorong suatu batang, akibatnya batang ini cenderung untuk memperpendek atau menekan batang tersebut. Maka gaya tarik tersebut menghasilkan tegangan tekan pada batang di suatu bidang yang terletak tegak lurus atau normal terhadap sumbunya.

Tegangan Geser

Terjadi jika suatu benda bekerja dengan dua gaya yang berlawanan arah, tegak lurus sumbu batang, tidak segaris gaya namun pada penampangnya tidak terjadi momen.

Dan tegangan geser bisa dirumuskan sebagai berikut:

$$\sigma_g = \frac{P}{A} \left(\frac{N}{mm^2} \right)$$

Dimana : σ_g = Tegangan atau gaya per satuan luas (N/ mm²)

P = Beban (Newton)

A = Luas penampang (mm²)

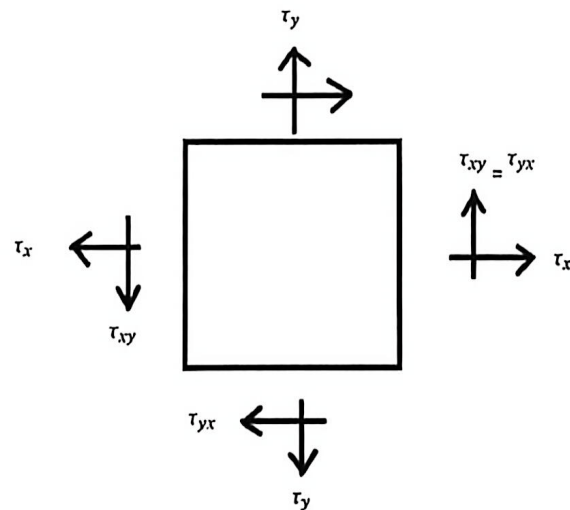
Tegangan Kombinasi

Gaya F mengakibatkan tegangan normal (σ)

Torsi (T) mengakibatkan tegangan tangensial (τ)

Bisa dirumuskan :

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



Gambar 2.3 Tegangan kombinasi

Yang dimaksud dengan tegangan kombinasi adalah bila pada suatu batang menerima atau menahan dua jenis tegangan. Tegangan yang

diterima pada batang yang sama berupa kombinasi antara tegangan normal dengan tegangan geser.

Batasan tegangan maksimum yang diijinkan dalam analisis ini adalah nilai tegangan maksimum tidak boleh melebihi nilai yield strength (tegangan luluh) material yang digunakan, karena nilai tegangan luluh merupakan fase daerah landing peralihan deformasi elastis ke deformasi plastis.

b. Regangan

Menurut *Shigley dan Mitchell* (1984: 41) regangan adalah jumlah pertambahan panjang atau pemuaihan, sedangkan satuan regangan adalah pertambahan panjang per satuan panjang dari batang tersebut. Menurut *Singer dan Pytel* (1985: 32) untuk memperoleh satuan regangan, maka dilakukan dengan membagi perpanjangan (δ) dengan panjang (L) yang telah diukur, dengan demikian rumusnya :

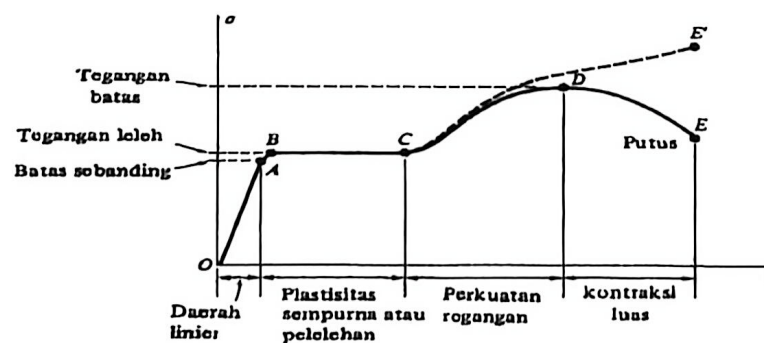
$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (2 - 2)$$

Dimana : ϵ = regangan

δ = perubahan bentuk aksial total (mm)

L = panjang batang (mm)

Secara umum hubungan antara tegangan dan regangan dapat dilihat pada diagram tegangan – regangan berikut ini :



Gambar 2.4 Diagram Tegangan Regangan
Sumber: (Gere dan Timoshenko, 1996: 10)

Dari diagram regangan gambar 2.3 diketahui pemberian beban sampai batas sebanding akan mempercepat regangan setiap penambahan tegangan. akibatnya jika tegangan melebihi batas sebanding maka terjadi kurva kemiringan sampai titik B (tegangan leleh), dari kurva titik B terjadi regangan yang sangat besar sampai pada titik C tanpa adanya tegangan, gejala tersebut dinamakan pelelehan bahan. Setelah mengalami regangan yang besar di daerah BC, maka baja akan mengalami perkuatan regangan yang menghasilkan bertambahnya tahanan bahan terhadap deformasi selanjutnya. Akhirnya pembebanan mencapai nilai maksimum pada titik D yang disebut tegangan batas, jika penarikan bahan itu dilakukan sebenarnya diikuti dengan pengurangan beban dimana terjadi proses necking atau kontraksi luas, membuat bahan menjadi putus dititik E. jika luas penampang sebenarnya pada bagian sempit dari kontraksi luas digunakan untuk menghitung tegangan, maka kurva tegangan regangan sebenarnya akan mengalami seperti garis terputus-putus C'.

2.4 Kekuatan Tarik

Kekuatan tarik (*tensile strength, ultimate tensile strength*) adalah tegangan maksimum yang bisa ditahan oleh sebuah bahan ketika diregangkan atau ditarik, sebelum bahan tersebut patah (*Irwan 2009:5*). Kekuatan tarik adalah kebalikan dari kekuatan tekan, dan nilainya bisa berbeda. Menurut *Carli, dkk (2012:21)* menyatakan semakin tinggi kekuatan tarik bahan, bahan tersebut akan semakin tahan terhadap gaya tarik sehingga bahan lebih kuat dan tidak mudah putus saat menerima tegangan.

2.5 Faktor Keamanan

Shigley dan Mitchell (1984: 11) menyatakan definisi faktor keamanan adalah faktor yang digunakan untuk mengevaluasi keamanan suatu mesin. Sedangkan menurut *Jensen dan Chenoweth* (1989: 4) menyatakan faktor keamanan adalah perbandingan tegangan rusak terhadap tegangan izin. Sedangkan tegangan izin merupakan bagian kekuatan batas yang biasa aman digunakan dalam perancangan (*Jensen dan Chenoweth*, 1989: 4).

Misalkan sebuah elemen diberikan efek yang kita sebut sebagai F (F dapat berupa suatu gaya, momen puntir, momen lentur, kemiringan, lendutan, atau semacam distorsi). Pada kondisi ini, jika F dinaikkan, sampai suatu besaran tertentu yang jika dinaikkan lagi sedikit saja akan mengganggu kemampuan bagian mesin tersebut untuk melakukan fungsinya secara semestinya. Jika batasan ini dinyatakan sebagai batas akhir harga F atau disebut F_u , maka faktor keamanan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$n = \frac{F_u}{F} \quad (2 - 3)$$

Bila F sama dengan F_u , $n = 1$, pada saat ini tidak ada keamanan sama sekali sehingga sering dipakai istilah batas keamanan (*margin of safety*). Batas keamanan dinyatakan dengan persamaan:

$$m = n - 1 \quad (2 - 4)$$

Secara teoritis nilai faktor keamanan yang digunakan dalam skala industri adalah minimal 4. Adapun sebagai pedoman, menurut *Mott* (2009: 164) untuk menentukan faktor keamanan suatu struktur yang akan dirancang dapat menggunakan aturan berikut:

- a. $n = 1,25$ hingga $2,0$ untuk perancangan struktur yang menerima beban statis dengan tingkat kepercayaan yang tinggi untuk semua data perancangan.
- b. $n = 2,0$ hingga $2,5$ untuk perancangan elemen-elemen mesin yang menerima pembebanan dinamis dengan tingkat kepercayaan rata-rata untuk semua data perancangan.
- c. $n = 2,5$ hingga $4,0$ untuk perancangan struktur statis atau elemen-elemen mesin yang menerima pembebanan dinamis dengan ketidakpastian mengenai beban, sifat-sifat bahan, analisis tegangan, atau lingkungan.
- d. $n = 4,0$ atau lebih untuk perancangan struktur statis atau elemen-elemen mesin yang menerima pembebanan dinamis dengan ketidakpastian mengenai beberapa kombinasi beban, sifat-sifat bahan, analisis tegangan, atau lingkungan.

Dalam analisis defleksi rangka mobil listrik angkutan massal, angka keamanan yang digunakan adalah minimal 2 karena rangka mobil listrik juga akan menerima pembebanan dinamis dalam pengoperasiannya.

2.6 Rasio Tegangan

Faktor-faktor utama yang perlu dipertimbangkan dalam menentukan jenis pembebanan yang akan diterima suatu komponen mesin adalah pola variasi beban dan variasi tegangan yang dihasilkan dengan waktu. Variasi tegangan tersebut ditunjukkan oleh empat nilai penting sebagai berikut:

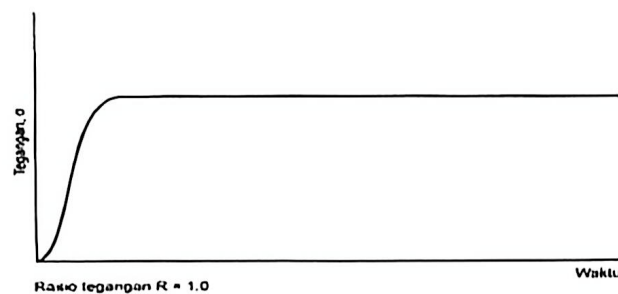
- 1) Tegangan maksimal, σ_{max}
- 2) Tegangan minimal, σ_{min}
- 3) Tegangan rata-rata, σ_m
- 4) Tegangan bolak-balik, σ_a (amplitudo tegangan)

Tegangan maksimal dan minimal biasanya dihitung berdasarkan informasi yang diketahui dengan analisis tegangan atau metode elemen

hingga, atau diukur dengan menggunakan teknik-teknik analisis tegangan eksperimental. Setelah itu, tegangan rata-rata dan tegangan bolak-balik dapat dihitung dari:

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2 \quad (2 - 5)$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2 \quad (2 - 6)$$



Gambar 2.5 Tegangan statis
Sumber: (Mott, 2009:42)

Perilaku suatu bahan yang mengalami berbagai tegangan bergantung pada cara bervariasinya. Salah satu metode yang digunakan untuk menggolongkan variasi tersebut adalah rasio tegangan (*stress ratio*). Ada dua jenis rasio tegangan yang umum digunakan yaitu:

$$\text{Rasio Tegangan } R = \frac{\text{tegangan minimal}}{\text{tegangan maksimal}} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (2 - 7)$$

$$\text{Rasio Tegangan } R = \frac{\text{tegangan bolak balik}}{\text{tegangan rata-rata}} = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (2 - 8)$$

Apabila suatu komponen menerima beban yang diberikan secara lambat, tanpa kejutan dan ditahan pada nilai yang konstan. Maka tegangan yang dihasilkan pada komponen tersebut disebut tegangan statis (*static stress*).

2.7 Metode Elemen Hingga

Banyak struktur, seperti bangunan (gambar 2.6) dan jembatan, terdiri dari bingkai dan / atau kisi. bab ini mengembangkan persamaan dan metode untuk solution dari frame dan grid bidang.

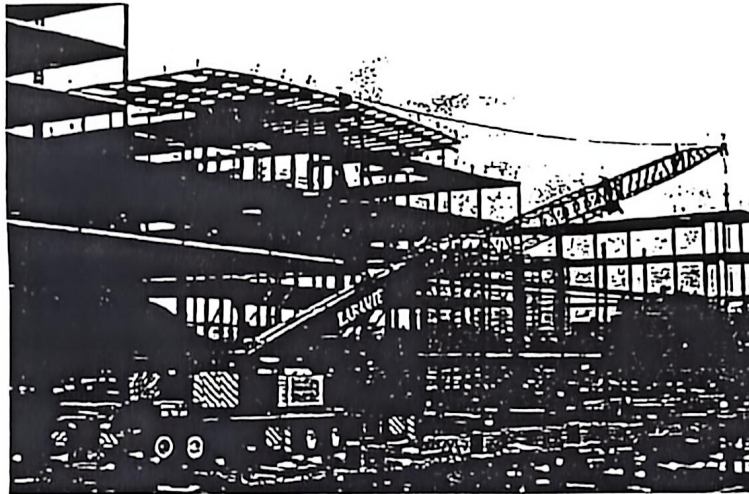
pertama, kita akan mengembangkan matriks kekakuan untuk elemen balok yang diorientasikan secara sewenang-wenang dalam sebuah pesawat. kita kemudian akan memasukkan derajat perpindahan kebebasan nodal aksial dalam matriks kekakuan elemen balok lokal. maka kita akan menggabungkan hasil ini untuk mengembangkan matriks kekakuan, termasuk efek deformasi aksial, untuk elemen balok yang berorientasi berubah ubah, sehingga memungkinkan untuk menganalisis frame bidang. contoh-contoh spesifik analisis kerangka bidang mengikuti. kami kemudian akan mempertimbangkan bingkai dengan dukungan miring atau miring.

Selanjutnya, kita akan mengembangkan matriks elemen grid. Kami akan menyajikan solusi sistem deck grid untuk menggambarkan penerapan persamaan grid. Kami kemudian juga akan mempertimbangkan konsep analisis substruktur.

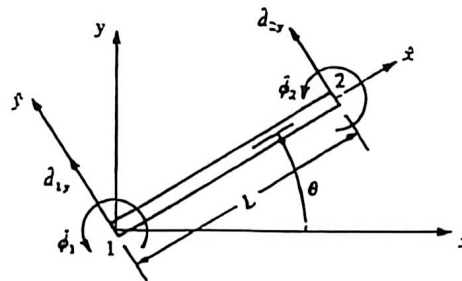
2.7.1 Elemen balok dua dimensi yang berorientasi berubah ubah

Kita dapat menurunkan matriks kekakuan untuk elemen balok yang berorientasi sewenang-wenang, seperti yang ditunjukkan pada (gambar 2.7). Sumbu lokal x dan y terletak di sepanjang elemen balok dan melintang untuk elemen balok, masing-masing, dan sumbu global x dan y terletak nyaman untuk struktur total.

$$\begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C & S \\ -S & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \end{Bmatrix} \dots (7-1)$$



Gambar 2.6 Rangka Bangunan Kaku



Gambar 2.7 Elemen Balok yang Berorientasi Berubah-ubah

Dengan menggunakan persamaan kedua persamaan untuk elemen balok, kami menghubungkan derajat bebas nodal lokal dengan derajat kebebasan global

$$\begin{Bmatrix} d'_{1x} \\ d'_{1y} \\ \phi_1 \\ d'_{2x} \\ d'_{2y} \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ \phi_1 \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \dots (7-2)$$

Di mana untuk elemen balok, kami mendefinisikan

$$T = \begin{bmatrix} -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots (7-3)$$

Sebagai matriks transformasi. Efek aksial belum termasuk. Persamaan (7-1) menunjukkan bahwa rotasi tidak tetap sehubungan dengan sistem koordinat mana pun. Misalnya $\phi_1 = \phi_1$ dan momen $m_1 = m_1$ dapat dianggap sebagai vektor yang menunjuk normal ke $\hat{x} - \hat{y}$ pesawat atau $x - y$ pesawat dengan aturan tangan kanan biasa. Dari kedua sudut pandang, momennya ada di $\hat{z} = z$ arah. Oleh karena itu, momen tidak terpengaruh ketika elemen mengubah orientasi di $x - y$ bidang.

Kami memperoleh matriks kekakuan elemen global sebagai:

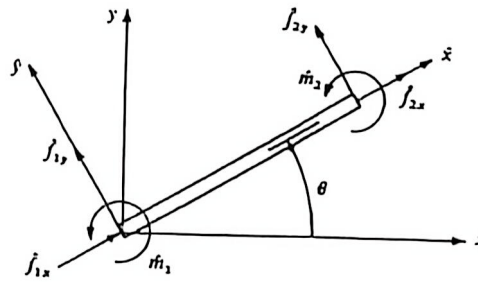
$$K = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} d_{1x} & d_{1y} & \phi_1 & d_{2x} & d_{2y} & \phi_2 \\ 12S^2 & -12SC & -6LS & -12S^2 & 12SC & -6LS \\ & 12C^2 & 6LC & 12SC & -12C^2 & 6LC \\ & & 4L^2 & 6LS & -6LC & 2L^2 \\ & & & 12S^2 & -12SC & 6LS \\ & & & & 12C^2 & -6LC \\ & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (7-4)$$

Simetri

Matriks kekakuan (7-4) adalah matriks kekakuan elemen global untuk elemen balok yang mencakup tahanan geser dan tekukan. Efek aksial lokal belum termasuk. Transformasi dari kekakuan lokal ke global dengan mengalikan matriks $T^T k T$, seperti yang dilakukan pada persamaan (7-4) biasanya dilakukan pada komputer.

Kami sekarang akan menyertakan efek aksial dalam elemen, seperti yang ditunjukkan pada (gambar 2.8) elemen sekarang memiliki tiga derajat kebebasan per node (d'_{1x}, d'_{1y}, ϕ_1) untuk efek aksial.

$$\begin{Bmatrix} f'_{1x} \\ f'_{2x} \end{Bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d'_{1x} \\ d'_{2x} \end{Bmatrix} \dots (7-5)$$



Gambar 2.8 Kekuatan Lokal yang Bekerja pada Elemen Balok

Menggabungkan efek aksial dari persamaan (7-5) dengan efek momen lentur geser.

$$\begin{Bmatrix} f'_{1x} \\ f'_{1y} \\ m'_1 \\ f'_{2x} \\ f'_{2y} \\ m'_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 12C_2 & 6C_2L & 0 & -12C_2^2 & 6C_2L \\ 0 & 6C_2L & 4C_2L^2 & 0 & -6C_2L & 2C_2L^2 \\ -C_1 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & -12C_2 & -6C_2L & 0 & 12C_2 & -6C_2L \\ 0 & 6C_2L & 2C_2L^2 & 0 & -6C_2L & 4C_2L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d'_{1x} \\ d'_{1y} \\ \phi_1 \\ d'_{2x} \\ d'_{2y} \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad (7-6)$$

Dimana $C_1 = \frac{AE}{L}$ dan $C_2 = \frac{EI}{L^3}$... (7-7)

Dan karena itu,

$$K = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 12C_2 & 6C_2L & 0 & -12C_2^2 & 6C_2L \\ 0 & 6C_2L & 4C_2L^2 & 0 & -6C_2L & 2C_2L^2 \\ -C_1 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & -12C_2 & -6C_2L & 0 & 12C_2 & -6C_2L \\ 0 & 6C_2L & 2C_2L^2 & 0 & -6C_2L & 4C_2L^2 \end{bmatrix} \dots (7-8)$$

Matriks k dalam persamaan (7-8) sekarang memiliki tiga derajat kebebasan per node dan sekarang termasuk efek aksial (dalam arah $\hat{x}$), serta efek gaya geser (dalam arah $\hat{y}$) dan efek momen lentur utama (tentang $\hat{z} = z(\text{sumbu})$). Dengan menggunakan persamaan (7-1) dan (7-2) kita sekarang menghubungkan lokal ke perpindahan global dengan,

$$\begin{Bmatrix} d'_{1x} \\ d'_{1y} \\ \phi_1 \\ d'_{2x} \\ d'_{2y} \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ \phi_1 \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \dots (7-9)$$

Di mana $\underline{T}$ sekarang telah diperluas untuk memasukkan efek deformasi aksial lokal seperti,

$$T = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots (7-10)$$

Mengganti $\underline{T}$ dari persamaan (7-10) dan k dari persamaan (7-8) mendapatkan matriks kekeliruan global umum yang diubah untuk elemen balok yang mencakup gaya aksial, gaya geser, dan efek momen lentur sebagai berikut,

$$k = \frac{E}{L} x$$

$$\begin{bmatrix} AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\frac{6I}{L} S & -\left(AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2\right) & -\left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\frac{6I}{L} S \\ & AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \frac{6I}{L} S & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\left(AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2\right) & \frac{6I}{L} C \\ & & \frac{6I}{4L} & \frac{6I}{L} S & -\frac{6I}{L} C & \frac{2I}{L} \\ & & & AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & \frac{6I}{L} S \\ \text{Simetri} & & & & AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & -\frac{6I}{L} \\ & & & & & 4L \end{bmatrix} \quad (7-11)$$

Analisis kerangka bidang kaku dapat dilakukan dengan menerapkan matriks kekakuan, misalnya (7-11) kerangka bidang kaku didefinisikan di sini sebagai serangkaian elemen balok yang saling terhubung secara kaku, yaitu malaikat asli yang dibuat di antara elemen-elemen pada sambungannya. tidak berubah setelah deformasi karena beban yang diberikan atau perpindahan yang diterapkan.

Selanjutnya, momen ditransmisikan dari satu elemen ke elemen lainnya pada sambungan. Oleh karena itu, kontinuitas momen ada pada sambungan yang kaku. Selain itu, elemen, (X-Y bidang). Dari persamaan (7-11) kami mengamati bahwa kekakuan elemen bingkai adalah fungsi E, A, L, I dan sudut orientasi elemen sehubungan dengan sumbu koordinat global. Perlu dicatat bahwa program komputer sering merujuk pada elemen bingkai sebagai elemen balok, dengan pemahaman bahwa program tersebut menggunakan matriks kekakuan dalam persamaan (7-11) untuk analisis frame pesawat.

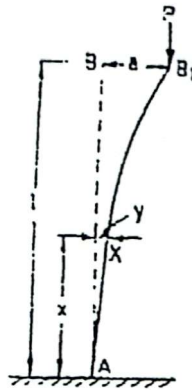
Jadi persamaan umumnya $F=[K][d]$

$$\begin{Bmatrix} \overline{F_{1x}} \\ \overline{F_{2x}} \\ \overline{M_1} \\ \overline{F_{2x}} \\ \overline{F_{2y}} \\ \overline{M_2} \end{Bmatrix} = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\frac{6I}{L} S & -\left(AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2\right) & -\left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\frac{6I}{L} S \\ & AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \frac{6I}{L} S & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\left(AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2\right) & \frac{6I}{L} C \\ & & \frac{6I}{L} S & -\frac{6I}{L} C & \frac{2I}{L} & \frac{6I}{L} S \\ & & AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & -\frac{6I}{L} C \\ \text{Simetri} & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{d_{1x}} \\ \overline{d_{1y}} \\ \overline{\theta_1} \\ \overline{d_{2x}} \\ \overline{d_{2y}} \\ \overline{\theta_2} \end{Bmatrix} \quad (7-12)$$

2.7.2 Kolom dengan salah satu ujungnya tetap dan yang lainnya bebas

Pertimbangkan column AB dengan panjang l yang tetap di A dan bebas di B, dan membawa beban kritis di B. Sebagai hasil pemuatan, biarkan balok membelokkan ke kurva dari AXB, sehingga ujung bebas B

membelokkan melalui a dan menempati posisi B_1 baru seperti yang ditunjukkan pada gambar (2.8)



Gambar 2.9 Kolom dengan salah satu ujungnya tetap dan yang lain bebas
Sekarang pertimbangkan setiap bagian X pada jarak x dari A.

Misalkan :

P = muatan kritis pada kolom

Y = defleksi kolom pada X

- Momen karena beban kritis P

$M = +p(a - y)$ (tanda plus karena cembung menuju garis tengah awal)

$$= p \cdot a - p \cdot y$$

$$- EI \frac{d^2 y}{dx^2} = p \cdot a - p \cdot y$$

or

$$\left[\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} \cdot y = \frac{p \cdot a}{EI} \right]$$

Solusi umum dari persamaan diferensial di atas adalah,

$$\left[y = A \cos \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) + B \sin \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) + a \right] \dots (i)$$

Di mana A dan B adalah konstanta integrasi. Kita tahu bahwa ketika $x = 0$, $y = 0$, maka $A = -a$. Sekarang bedakan persamaan di atas

$$\frac{dy}{dx} = -A \sqrt{\frac{P}{EI}} \sin \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) + B \sqrt{\frac{P}{EI}} \cos \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right)$$

Kita juga tahu bahwa ketika $x = 0, \frac{dy}{dx}$ karena itu,

$$0 = B \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

Pertimbangan kecil akan menunjukkan, bahwa B sama dengan nol, atau

$\sqrt{\frac{P}{EI}}$ sama dengan nol. Karena beban P tidak sama dengan nol, maka jelaslah, bahwa B sama dengan nol. Sekarang mensubstitusikan nilai $A = -a$ dan $B = 0$ dalam persamaan (i),

$$\begin{aligned} y &= -a \cos \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) + a \\ &= a \left[1 - \cos x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right] \end{aligned}$$

Kita juga tahu bahwa ketika $x = l; y = a$. Karena itu,

$$a = a \left[1 - \cos l \sqrt{\frac{P}{EI}} \right]$$

$$\therefore \cos l \sqrt{\frac{P}{EI}} = 0$$

$$l \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{2} \dots$$

Atau

Sekarang mengambil nilai paling signifikan,

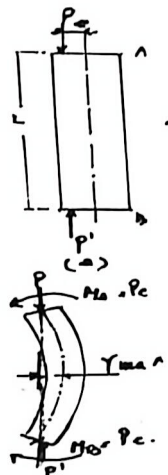
$$l \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \left[P = \frac{\pi^3 EI}{4l^2} \right]$$

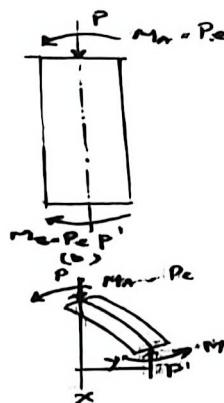
Catatan. Kolom vertikal akan memiliki dua momen inersia. Karena kolom akan cenderung melengkung ke arah momen inersia terendah, maka nilai terkecil dari kedua momen inersia harus digunakan dalam relasi.

2.7.3 Beban Eksentrik, Rumus Sekan

Beban P yang diberikan pada kolom tidaklah selalu dapat sempurna berupa beban sentris, umum nya ada suatu jarak eksentrik e dimana beban diberikan terhadap sumbu kolom.



Gambar 2.10 exentrisitas beban P terhadap sumbu kolom



Gambar 2.11 beban P di tempatkan sentris pada sumbu kolom
Untuk itu harus diberi tambahan momen kopel.

$$M_a = P e \dots (1)$$

Akibat beban tersebut, kolom akan terdeformasi sebagaimana di tunjukan pada gambar di atas tadi.

Untuk mencari solusi stabilitas kolom terhadap gejala tekuk, perlu diketahui seberapa besar gaya-gaya luar tersebut mempengaruhi kolom, untuk itu lihat free body diagram di atas:

Momen bengkok di Q adalah :

$$M = -Py - Pe \dots (2)$$

Dari persamaan kurva elastis

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = -\frac{P}{EI}y - \frac{Pe}{EI} \dots (3)$$

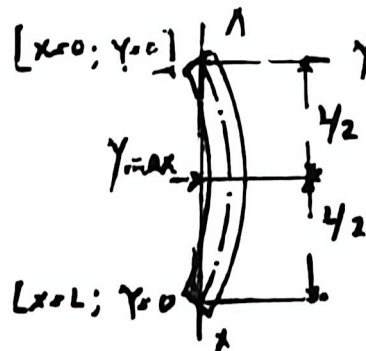
Gunakan $K^2 = \frac{P}{EI} \dots (4)$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = k^2e \dots (5)$$

Jawab persamaan diferensial ini terdiri dari

$$Y = A \sin kx + B \cos kx - e \dots (6)$$

Konstanta A dan B dapat dicari dengan menggunakan kombinasi batas, sebagaimana dinyatakan pada gambar dibawah ini:



Gambar 2.12 konstanta A & B dapat dicari menggunakan kombinasi

Pertama gunakan kondisi batas $x=0, y=0$

$$\text{didapat } B = e \dots (7)$$

Berikutnya gunakan $x = L \rightarrow y = 0$

didapat : $A \sin KL = e (1 - \cos KL) \dots (8)$

gunakan : $\sin KL = 2 \sin \frac{KL}{2} \cos \frac{KL}{2} \dots (9)$

Dan

$$1 - \cos KL = 2 \sin^2 \frac{KL}{2} \dots (10)$$

Substitusikan persamaan 9 dan 10 kedalam persamaan 8, setelah direduksi didapat,

$$A = e \tan \frac{KL}{2}$$

Substitusikan harga A dan B kedalam persamaan 6, didapat persamaan garis elastis:

$$Y = e \left(\tan \frac{KL}{2} \sin kx + \cos kx - 1 \right) \dots (11)$$

Harga lenturan maksimum didapat pada $x = \frac{L}{2}$ besarnya adalah

$$Y_{max} = e \left(\tan \frac{KL}{2} \sin \frac{KL}{2} + \cos \frac{KL}{2} - 1 \right)$$

$$Y_{max} = e \left(\frac{\sin^2 \frac{KL}{2} + \cos^2 \frac{KL}{2}}{\cos \frac{KL}{2}} - 1 \right)$$

$$Y_{max} = e \left(\sec \frac{KL}{2} - 1 \right) \dots (12)$$

Gunakan harga K pada persamaan 4 ke persamaan 12, menghasilkan:

$$Y_{max} = e \left[\sec \left(\sqrt{\frac{P L}{EI}} \frac{L}{2} \right) - 1 \right] \dots (13)$$

Harga Ymax menjadi tak hingga

$$\sqrt{\frac{P L}{EI}} \frac{L}{2} = \frac{\pi}{2} \dots (14)$$

Harga beban kritis yang memenuhi persamaan 14 adalah:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \dots (15)$$

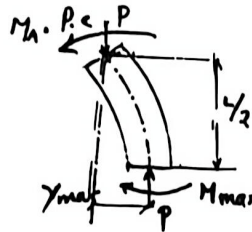
Gunakan harga EI dari persamaan 15 pada persamaan 13 akan menghasilkan:

$$Y_{max} = e \left(\sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}} - 1 \right) \dots (16)$$

Tegangan maksimum merupakan jumlah tegangan akibat pengaruh momen bengkok maksimum dan beban axial yaitu:

$$\tau_{max} = \frac{P}{A} + \frac{M_{max} c}{I} \dots (17)$$

Berdasarkan free body diagram dibawah ini besar momen maksimum berada ditengah kolom yaitu



Gambar 2.13 diagram momen maksimum

$$M_{max} = P \cdot Y_{max} + MA$$

$$M_{max} = P(Y_{max} + e) \dots (18)$$

Gunakan $I = Ar^2$ pada persamaan 17, akan menghasilkan tegangan maksimum :

$$\tau_{max} = \frac{P}{A} \left[1 + \left(\frac{Y_{max} + e}{r^2} \right) c \right] \dots (19)$$

Masukan harga Y_{max} pada persamaan 16 kedalam persamaan 19:

$$\tau_{max} = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{ec}{r^2} \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}} \right) \dots (20)$$

Masukan harga Y_{max} pada persamaan 13 pada persamaan 19:

$$\tau_{max} = \frac{P}{A} \left[1 + \frac{ec}{2} \sec \left(\sqrt{\frac{P L}{EI}} \frac{L}{2} \right) \right] \dots (21)$$

Gunakan $I = Ar^2$ pada persamaan 21 keluarkan harga $\frac{P}{A}$:

$$\frac{P}{A} = \frac{\tau_{\max}}{1 + \frac{ec}{r^2} \sec\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EA}} \frac{Lc}{r}\right)} \dots (22)$$

Persamaan 22 disebut sebagai rumus sekan. Rumus ini mendefinisikan gaya persatuan luas, P/A , yang mengakibatkan tegangan maksimum tertentu pada sebuah kolom dengan ratio kerampingan tertentu $\frac{Le}{r}$, bagi harga perbandingan $\frac{ec}{r^2}$ dimana e adalah eksentrisitas beban.

Karena P/A tampil pada kedua suku pada persamaan maka solusinya di dapat dengan trial dan error(coba- coba). Persamaan 22 digunakan untuk menggambarkan kurva bagi kolom baja, gunakan:

$$E = 29 \times 10^6 \text{Psi dan } \tau_y = 36 \text{Ksi}$$